
Habilidades em Trigonometria para Jovens e Adultos em Avaliações de Larga Escala: um Breve Comparativo

Skills in Trigonometry for Young People and Adults in Large-Scale Assessments: a Brief Comparative

Habilidades en Trigonometría de Jóvenes y Adultos en Evaluaciones a Gran Escala: Una Breve Comparación

<https://doi.org/10.24119/szdb3p02>

Wagner Gomes Barroso Abrantes

Currículo: Doutor em Educação Matemática pela UNIAN. Mestre em Matemática pela Sociedade Brasileira de Matemática. Graduado em Física pelo Centro Universitário ETEP. Graduado em matemática pelo Centro Universitário Claretiano. Graduado em Ciências Navais pela Escola Naval. E-mail: wagnercn@hotmail.com

Data de submissão: 26-04-2023

Data de Aceite: 08-05-2023

Data de publicação: 20-04-2024

RESUMO

Esta investigação faz parte de uma pesquisa mais ampla que busca traçar um comparativo entre as habilidades e competências avaliadas em Trigonometria no ENCEJA e no ENEM aplicados em 2021, sob a luz do aporte teórico dos Três Mundos da Matemática, de David Tall, compostos pelos Mundos Corporificado, Simbólico e Formal. A escolha dessas avaliações de larga escala se deu em virtude de serem utilizadas por jovens e adultos para conseguirem o certificado de conclusão do Ensino Médio e para ingressarem no Ensino Superior. A análise permitiu evidenciar que ambos os exames buscam avaliar habilidades e competências na Trigonometria com questões que inserem o participante em um contexto criado para dar significado ao objeto matemático em lide. Foram identificadas nas duas avaliações tarefas que fazem com que o participante tenha que corporificar o triângulo retângulo e, a partir de um ângulo agudo e a medida do comprimento de um dos catetos dados no enunciado, utilizem a “fórmula” da razão trigonométrica a fim de operacionalizar os dados e calcular a medida da hipotenusa, transitando no sentido do Mundo Corporificado para o Mundo Simbólico. Contudo, o ENEM traz outra tarefa



com um grau de complexidade maior, na qual o participante deve ter a habilidade de realizar múltiplas transições entre os Três Mundos da Matemática, nos diversos sentidos, combinando-os dois a dois ou fazendo uma combinação dos três mundos, a fim de relacionar a Trigonometria com outros objetos matemáticos e com grandezas estudadas na disciplina de Física. Essa análise permite concluir que o ENEM exigiu habilidades mais complexas no objeto matemático em lide, se comparado ao ENCCEJA, além de propor uma reflexão no leitor a respeito de uma universidade cada vez mais inclusiva e plural, onde possamos dar representatividade aos jovens e adultos que buscam resgatar suas cidadanias ao ingressarem, permanecerem e concluírem seus cursos superiores.

Palavras-chave: Três Mundos da Matemática. Trigonometria. Educação de Jovens e Adultos. Avaliações de larga escala.

ABSTRACT

This investigation is part of a broader research that seeks to draw a comparison between the skills and competences evaluated in Trigonometry at ENCCEJA and ENEM applied in 2021, in the light of the theoretical contribution of the Three Worlds of Mathematics, by David Tall, composed by the Embodied, Symbolic and Formal Worlds. The choice of these large-scale assessments was due to the fact that they are used by young people and adults to obtain the High School completion certificate and to enter Higher Education. The analysis showed that

both exams seek to assess skills and competences in Trigonometry with questions that place the participant in a context created to give meaning to the mathematical object in question. Tasks were identified in the two evaluations that make the participant have to embody the right triangle and, from an acute angle and the measurement of the length of opposite side

given in the statement, use the “formula” of the trigonometric ratio in order to operationalize the data and calculate the measure of the hypotenuse, moving from the Embodied World to the Symbolic World. However, ENEM brings another task with a greater degree of complexity, in which the participant must have the ability to perform multiple transitions between the Three Worlds of Mathematics, in different senses, combining them two by two or making a combination of the three worlds, in order to relate Trigonometry with other mathematical objects and with magnitudes studied in Physics. This analysis allows us to conclude that ENEM required more complex skills in the mathematical object at hand, compared to ENCCEJA, in addition to proposing a reflection in the reader about an increasingly inclusive and plural university, where we can give representation to young people and adults who seek to rescue their citizenship when entering, remaining and completing their higher education courses.

Keywords: Three Worlds of Mathematics. Trigonometry. Youth and Adult Education. Large Scale Assessments.

RESUMEN

Esta investigación forma parte de una investigación más amplia que busca establecer una comparación entre las habilidades y competencias evaluadas en Trigonometría en el ENCCEJA y el ENEM aplicada en 2021, a la luz del aporte teórico de los Tres Mundos de las Matemáticas, de David Tall, compuesto por los Mundos Corporeizado, Simbólico y Formal. La elección de estas evaluaciones de gran escala se debió a que son utilizadas por jóvenes y adultos para obtener el certificado de finalización de la Enseñanza Media y para ingresar a la Educación Superior. El análisis mostró que ambos exámenes buscan evaluar habilidades y competencias en Trigonometría con preguntas que ubican al participante en un contexto creado para dar sentido al objeto matemático en cuestión. Se identificaron tareas en las dos evaluaciones que

hacen que el participante tenga que corporeizar el triángulo rectángulo y, a partir de un ángulo agudo y la medida de la longitud de uno de los catetos dados en el enunciado, utilice la “fórmula” de la razón trigonométrica para poder operar los datos y calcular la medida de la hipotenusa, pasando del Mundo Corporeizado al Mundo Simbólico. Sin embargo, ENEM trae otra tarea con un mayor grado de complejidad, en la que el participante debe tener la capacidad de realizar múltiples transiciones entre los Tres Mundos de las Matemáticas, en diferentes sentidos, combinándolos de dos en dos o haciendo una combinación de los tres mundos para relacionar la Trigonometría con otros objetos matemáticos y con magnitudes estudiadas en Física. Este análisis nos permite concluir que el ENEM requería habilidades más complejas en el objeto matemático que nos ocupa, en comparación con el ENCCEJA, además de proponer una reflexión en el lector sobre una universidad cada vez más inclusiva y plural, donde podamos dar representación a jóvenes y adultos que buscan rescatar su ciudadanía al ingresar, permanecer y culminar sus estudios superiores.

Palabras Clave: Tres Mundos de las Matemáticas. Trigonometría. Educación de Jóvenes y Adultos. Evaluaciones a gran escala.

1 - INTRODUÇÃO

Esta investigação faz parte de uma pesquisa mais ampla que busca traçar um comparativo entre as habilidades e competências avaliadas no Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos – ENCCEJA e o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.

Ao longo da minha atuação docente, tive a oportunidade de ministrar aulas para jovens e adultos, tanto do segundo segmento do Ensino Fundamental quanto da Educação Profissional integrada ao Ensino Médio, o que despertou em mim o interesse em me aprofundar no processo de ensino e aprendizagem desse público. Contudo, foi ministrando aulas no Ensino Superior que surgiu o interesse em buscar um comparativo entre o ENCCEJA e o ENEM.

Em uma aula de Cálculo Diferencial e Integral voltada para o curso de Engenharia Elétrica, na qual estava sendo abordado o limite trigonométrico fundamental, um aluno me interpelou alegando que não estava conseguindo entender esse tema, pois sabia muito pouco sobre a Trigonometria, haja vista que não houvera realizado o Ensino Médio, apenas feito a prova do ENCCEJA.

Nesse sentido, após uma grande inquietação, decidi estudar e traçar um comparativo entre esses dois exames. Para tanto, vamos buscar entender o papel dessas duas avaliações de larga escala que são aplicadas no Brasil.

Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, o ENCCEJA visa aferir competências, habilidades e saberes de jovens e adultos que não concluíram o Ensino Fundamental ou Ensino Médio na idade adequada (Brasil, 2023) enquanto o ENEM tem o objetivo de avaliar o desempenho escolar dos estudantes ao término da educação básica (...) e passou a ser utilizado como mecanismo de acesso à educação superior (Brasil, 2023).

Grosso modo, na visão dos alunos, o ENCCEJA é aplicado para que eles possam obter seus certificados de conclusão tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, enquanto o ENEM serve como porta de entrada para as universidades. Por isso, neste estudo, para fins de comparação com o ENEM, irei me ater ao ENCCEJA que afere competências e habilidades de jovens e adultos que buscam seus certificados de Ensino Médio.

Para que se possa dar significado a esta investigação, é necessário entender quem é o sujeito que forma o público jovem e adulto que busca sua escolarização. Nessa perspectiva, há de se pensar na diversidade que permeia o público que compõe a Educação de Jovens e Adultos – EJA. Contudo, é importante ver este indivíduo como alguém que foi excluído do

processo escolar regular por diversos motivos, dentre eles o fracasso escolar por não adaptação às metodologias tradicionais ou por questões sociais. Dias *et al* (2011) afirmam que:

Ao pensarmos na tendência do campo teórico da EJA em abordar seus sujeitos a partir da diversidade, verificamos que (...) lidam com os sujeitos tendo em vista seu histórico de exclusão, por vezes, associado à sua condição de pobreza (Dias et al, 2011, p. 71).

Sendo assim, o sujeito da EJA busca o retorno aos bancos escolares para minimizar esse processo de exclusão e se sentir mais integrado à sociedade. Esse sentimento de integração perpassa pelo retorno

ao processo de estudo formal e aumento do grau de escolaridade com a finalidade de conseguir melhores empregos que possibilitem viver com dignidade. Sobre isso, Dias *et al* (2011) afirmam que:

A visão do sujeito jovem e jovem/adulto ainda está muito ligada à compreensão da categoria de sujeito trabalhador, sendo esta característica o principal argumento para apontar as especificidades dos sujeitos da EJA em relação aos outros sujeitos envolvidos nos demais processos educativos, que não a EJA (Dias *et al*, 2011, p. 64).

Portanto, como educadores, temos que buscar atender os anseios desses jovens e adultos que retornam aos bancos escolares. Dentre esses anseios, está o tão almejado acesso à universidade. Nesse contexto, Horback *et al* (2019) traz a seguinte reflexão acerca do papel da universidade frente aos jovens e adultos que buscam cursar a graduação:

Atualmente, vivenciamos o processo de democratização do Ensino Superior público no Brasil, evidenciado pela expansão das universidades públicas e pelas políticas de ingresso. (...) Muitos desses jovens apresentam o processo educacional fragmentado, marcado pelo fracasso escolar, fraturas de aprendizagens, reprovação, evasão. Portanto, diante deste contexto educacional é fundamental o olhar atento das universidades sobre esses sujeitos (Horback *et al*, 2019, p. 1).

Cabe ressaltar que este trabalho não busca compreender o percurso traçado pelos alunos oriundos da EJA no Ensino Superior. Mas buscar dados de comparação entre o ENCCEJA e o ENEM como forma de possibilitar um estudo futuro sobre a trajetória dos jovens e adultos no curso superior. Com isso, partindo deste ponto e considerando o grande volume do conteúdo da área de conhecimento da Matemática e suas tecnologias, serão levadas em consideração, para efeitos de comparação, as questões que tratam do tema Trigonometria no ENCCEJA e no ENEM, ambos aplicados em 2021.

2 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Conforme mencionado anteriormente, este estudo partiu de situações relacionadas com a prática docente deste pesquisador e com o estudo preliminar realizado por Malescha *et al* (2022), cujo objetivo foi analisar as habilidades necessárias pelos participantes do ENEM

2021 para realizar as questões de Trigonometria, sob a luz do aporte teórico do Três Mundos da Matemática, de Tall (2013).

Nesse contexto, o estudo preliminar supracitado identificou as questões do ENEM 2021 que abordavam o tema da Trigonometria ou que este tema configurava uma dentre as possíveis ferramentas matemáticas que poderia ser empregada para a resolução da questão. De posse dessas questões, os autores utilizaram a fundamentação teórica dos Três Mundos da Matemática, de Tall (2013), para identificar as habilidades necessárias para que os alunos pudessem resolvê-las.

De modo análogo, este estudo buscou verificar as questões do ENCCEJA 2020 que abordou o tema da Trigonometria ou que este tema configurou uma dentre as possíveis ferramentas matemáticas que possibilitou a resolução da questão e, posteriormente, identificar as habilidades necessárias para que

os alunos pudessem resolvê-las, também sob a perspectiva da fundamentação teórica dos Três Mundos da Matemática, de Tall (2013).

É importante frisar que, em virtude do estado pandêmico que assolava o mundo devido à COVID-19, a aplicação do ENCCEJA 2020 foi realizada em 2021. Neste aspecto, foram analisadas questões das avaliações aplicadas em 2021.

De posse das análises realizadas nas questões que envolveram a Trigonometria em ambos os exames, foi realizada a comparação de habilidades necessárias aos participantes dessas duas avaliações.

3 – OS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA

Os Três Mundos da Matemática estão relacionados às experiências referentes ao desenvolvimento do conhecimento e construção do conceito matemático em longo prazo. Tall (2013, p. 16) associa a aprendizagem da Matemática a três distintos, porém interligados, mundos da matemática: o mundo conceitual corporificado, o proceitual simbólico e o axiomático formal que, segundo Montes (2011), estão fundamentados em três atividades cognitivas fundamentais: percepção, ação e reflexão.

O mundo conceitual corporificado, ou apenas corporificado, é dos objetos corporificados, tais como de gráficos, tabelas, construções geométricas, entre outros, e que podem ser fisicamente manipulados ou concebidos mentalmente.

O mundo proceitual simbólico, ou apenas simbólico, é aquele que utiliza os símbolos para cálculos e manipulações na álgebra e na aritmética, por exemplo, inter-relacionando processos e conceitos. Esse mundo leva em consideração os proceitos, caracterizado por Tall (2013) como símbolos que representam, ao mesmo tempo, um processo e um conceito.

O mundo axiomático formal, ou apenas formal, é composto pelos axiomas, teoremas, propriedades, definições que formam o sistema axiomático com o qual se desenvolve a matemática formal.

É importante destacar que os três mundos são independentes, isto é, não existe uma hierarquia entre esses mundos. Além disso, a trajetória percorrida ao longo dos três mundos varia de pessoa para pessoa. Tall (2004) afirma que

À medida que um indivíduo viaja através de cada mundo, vários obstáculos que ocorrem no caminho exigem que ideias anteriores sejam reconsideradas e reconstruídas de modo que a jornada não é a mesma para cada viajante. Pelo contrário, indivíduos diferentes lidam com os vários obstáculos de maneiras diferentes, que levam a uma variedade de desenvolvimentos pessoais, alguns dos quais permitem ao indivíduo progredir através do aumento da sofisticação de um modo significativo, enquanto outros vão em direção às concepções alternativas, ou mesmo falhas (Tall, 2004, p.286, tradução nossa).

Apesar de serem independentes, na medida em que o indivíduo percorre os três mundos no desenvolvimento de um dado objeto matemático, os mundos vão interagindo entre si (Figura 1). Segundo Tall (2013), na interação “corporificado simbólico” é onde as ações corporificadas dão origem às operações simbólicas e o simbolismo corporifica representações. Na interação “corporificado formal” o corporificado dá suporte às definições e deduções formais. Na interação “simbólico formal” a estrutura simbólica é deduzida e definida de maneira formal.

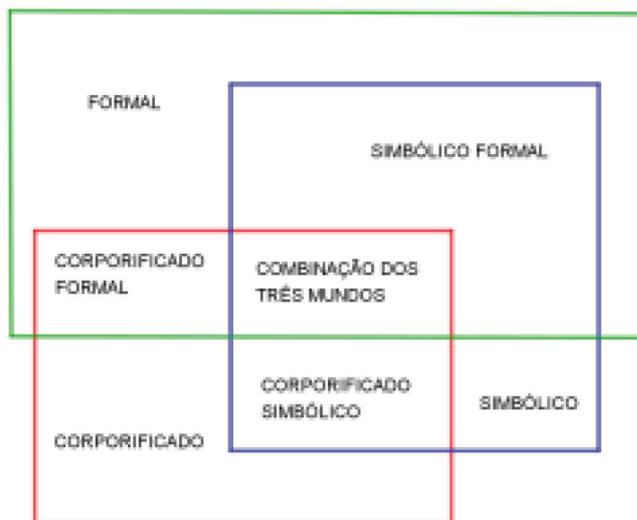


Figura 1 – Interação entre os Três Mundos da Matemática.
 Fonte: Tall (2013, tradução e adaptação nossas)

Sobre a validação nos diferentes mundos da matemática, o artigo de Watson, Spyrou e Tall (2003) traz que, mesmo com o mundo formal se manifestando nos mundos corporificado e simbólico, cada um desses mundos tem uma distinta noção de validação. No

mundo corporificado, a validação se dá pela percepção e pelo experimento. Já no mundo simbólico, a verdade pode ser testada pela manipulação ou uso de algoritmos. Já no mundo formal, há a necessidade de axiomas para provar a veracidade de uma afirmação. Para entendermos os três mundos da matemática no âmbito da trigonometria, recorreremos a Abrantes e Galvão (2020), que buscam alguns conceitos e propriedades da geometria plana e, nesse sentido, ao se construir um triângulo ABC, retângulo em C, e alterar as medidas de seus catetos (Figura 2), mantendo fixo o ângulo β , obtêm-se os triângulos retângulos AB'C' e AB''C'' semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo ABC.

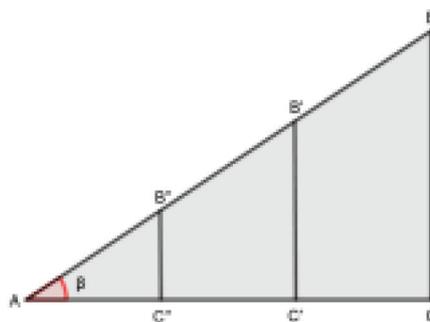


Figura 2 – Semelhanças dos triângulos retângulos

Por serem semelhantes, as razões entre os lados que formam os ângulos retos (catetos) serão sempre iguais, isto é, a razão entre BC e AC é igual à razão entre B'C' e AC' que, por sua vez, é igual à razão entre B''C'' e AC''. Nesse contexto, surge a ideia de se construir tabelas com as razões entre os lados de um triângulo retângulo, para os diversos ângulos agudos, dando origem às razões trigonométricas (Figura 3).

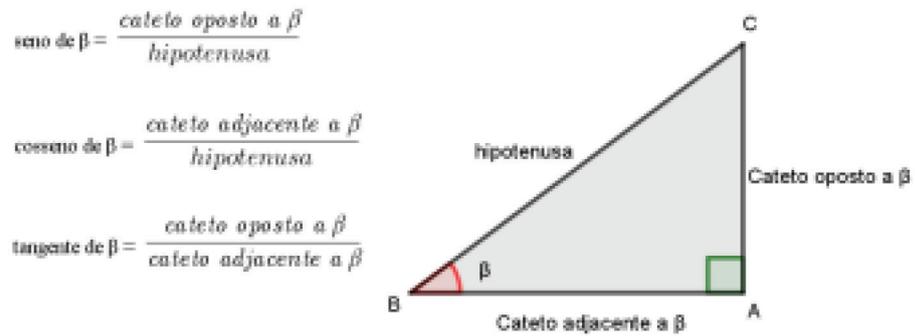


Figura 3 – Razões trigonométricas no triângulo retângulo

Nesse sentido, Tall (2013) afirma que o percurso nos Três Mundos da Matemática se inicia com a definição de seno, cosseno e tangente como razões dos lados de um triângulo retângulo ABC e, com isso, entendemos que essas definições, baseadas no caminho corporificado-simbólico-formal acima descrito, marcam o início desse percurso a partir do mundo corporificado e dão subsídios para a interação com o mundo simbólico, ao se configurarem, dentro de um pensamento proceitual, como “fórmulas” que viabilizarão as relações com a aritmética e a álgebra.

4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

Conforme é possível evidenciar em Malescha et al (2022), no ENEM 2021 foram identificadas duas questões que poderiam ser resolvidas utilizando conhecimentos de Trigonometria, sendo que na primeira questão (Figura 4-a) poderiam ser utilizadas diversas ferramentas matemáticas para sua solução.

Questão 161

Uma moeda é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição P (em cm) da massa m em função do tempo t (em segundos) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo $P(t) = z \cdot A \cos(\omega t)$ ou $P(t) = z \cdot A \sin(\omega t)$, em que $A > 0$ é a amplitude de deslocamento máximo e ω é a frequência, que se relaciona com o período T pela fórmula $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.

Gráfico

A expressão algébrica que representa as posições $P(t)$ da massa m , ao longo do tempo, no gráfico, é

- a) $-3 \cos(2t)$
- b) $-3 \sin(2t)$
- c) $3 \cos(2t)$
- d) $-6 \cos(2t)$
- e) $6 \sin(2t)$

Questão 146

O instrumento de percussão conhecido como triângulo é composto por uma barra fina de aço, dobrada em um formato que se assemelha a um triângulo, com uma abertura a uma haste, conforme ilustra a Figura 1.

Uma empresa de brindes promocionais contrata uma fundição para a produção de miniaturas de instrumentos desse tipo. A fundição produz, inicialmente, peças com o formato de um triângulo equilátero de altura h , conforme ilustra a Figura 2. Após esse processo, cada peça é aquecida, deformando os cantos, e cortada em um dos vértices, dando origem à miniatura. Assuma que não ocorram perdas de material no processo de produção, de forma que o comprimento da barra utilizada seja igual ao perímetro do triângulo equilátero representado na Figura 2.

Considere 1,7 como valor aproximado para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o valor que mais se aproxima da medida do comprimento da barra, em centímetro, é

- a) 9,07
- b) 13,60
- c) 20,40
- d) 27,18
- e) 36,24

(a)

(b)

Figura 4 – Questões de Trigonometria no ENEM 2021. Fonte: Brasil (2023).

Contudo, o participante que buscasse resolvê-la por meio da Trigonometria, deveria partir da corporificação do triângulo equilátero, com altura conhecida, e buscar no simbolismo das relações trigonométricas as ferramentas para chegar ao perímetro do triângulo.

Neste caso, sabendo que os ângulos de um triângulo equilátero são todos iguais a 60° , o participante poderia calcular a medida L do lado triângulo por meio da “fórmula” $\sqrt{3}$. Logo, o perímetro do triângulo é $3\sqrt{3}$.

Na segunda questão (Figura 4-b), o participante deveria partir do mundo simbólico com as funções trigonométricas e corporificá-las como sistema massa-mola e por meio da sua representação gráfica, ambos apresentados no enunciado da questão. Neste caso, a corporificação permite a compreensão da variação da amplitude e do período, possibilitando a representação simbólica da função.

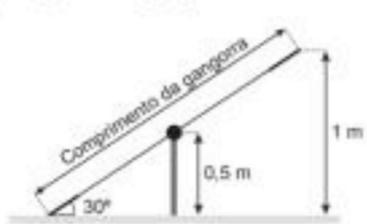
Neste contexto, o aluno parte do simbolismo das funções trigonométricas, mas deve transitar entre as corporificações para identificar os parâmetros desejados e a função a ser utilizada. Como o gráfico da função não passa pela origem do plano cartesiano, a função correta a ser utilizada é a função cosseno. Neste caso, o participante deve interpretar que a amplitude é representada pelo parâmetro A e corporificá-la como a distância entre a posição de repouso e a posição de máxima distensão, isto é, $A = 3$. Além disso, deve-se usar o sinal negativo ($-$), pois no instante inicial, o corpo está abaixo da posição de repouso, ou seja, o gráfico passa pelo ponto $(0, -3)$ do plano cartesiano.

O gráfico nos mostra também que o período da função é dado por $T = 2$. O período pode ser corporificado como o tempo que o corpo leva para sair da posição inicial (de máxima distensão) e voltar à ela. Com isso, a função que melhor representa a posição do corpo é $y = -3 \cos(\pi x)$.

No ENCCEJA 2020, foi identificada apenas uma questão que poderia ser resolvida utilizando conhecimentos de Trigonometria (Figura 5).

QUESTÃO 39

Uma gangorra deve ser construída apoiando-a pelo ponto médio num suporte central de 0,5 metro de altura. Seus assentos, situados em suas extremidades, devem atingir no máximo 1 metro de altura e, ao tocar o solo, formar com este um ângulo de 30° , qualquer que seja o lado da gangorra a tocar o solo.



Para que os assentos não ultrapassem a altura máxima estabelecida, o comprimento da gangorra, em metro, deve ser

- A) 0,50.
- B) 1,00.
- C) 1,15.
- D) 2,00.

Figura 5 – Questão de Trigonometria no ENCCEJA 2020. Fonte: Brasil (2023).

De maneira análoga ao ocorrido na primeira questão analisada do ENEM 2021 (Figura 4-a), o participante do ENCCEJA 2020 deveria identificar que a questão tratava de um triângulo retângulo.

Nesta perspectiva, seria necessária a sua corporificação, a fim de extrair da figura dada a medida de um ângulo agudo e do comprimento do cateto oposto e buscar no simbolismo das relações trigonométricas as ferramentas para chegar à medida do comprimento da hipotenusa.

Neste caso, sabendo que um dos ângulos agudos do triângulo retângulo é igual a 30° , que a medida do cateto oposto valia 1 metro e que o seno de 30° vale 0,5, o participante poderia calcular a medida da hipotenusa H por meio da “fórmula” . Logo, o comprimento da hipotenusa, representada pela gangorra, é igual a 2 metros.

Sendo assim, foi possível evidenciar que em ambas as avaliações as questões são apresentadas de maneira contextualizada, isto é, inseridas em contextos que objetivam dar significado aos participantes, exigindo poder de interpretação que possibilitasse transitar entre os Mundos da Matemática.

Porém, esse não é o único ponto de similaridade entre as avaliações. É possível fazer algumas analogias entre as questões que tratam do instrumento de percussão (Figura 4- a) e da gangorra (Figura 5). Em ambas, o participante deve corporificar o triângulo retângulo e, a partir dos dados apresentados nos enunciados (o valor de um ângulo agudo e a medida do cateto oposto), utilizar a “fórmula” do seno para calcular o valor da hipotenusa.

Sendo assim, fica possível evidenciar que as duas questões citadas no parágrafo anterior utilizam os conceitos iniciais da Trigonometria que permitem que os alunos possam partir do Mundo Corporificado em direção ao Mundo Simbólico.

A segunda questão do ENEM 2021, que traz um sistema massa-mola (Figura 4-b), possui maior complexidade. Neste caso, o aluno deve transitar entre os Mundos da Matemática em um sentido distinto daquele abordado nos conceitos iniciais. Aqui, deve-se partir do Mundo Simbólico, onde o aluno vai relacionar o conhecimento de Trigonometria com o conhecimento de Funções resultando nas Funções Trigonométricas, para então corporificar o sistema massa-mola e o gráfico apresentados, passando pelo Mundo Formal.

Contudo, é importante ressaltar que esta transição do Mundo Simbólico para o Corporificado com passagem pelo Mundo Formal faz parte de um processo complexo que exige um maior poder de abstração e um nível mais avançado do pensamento matemático, pois implica em um processo de múltiplas transições entre os diversos Mundos da Matemática, haja vista a necessidade de corporificação do círculo trigonométrico, do simbolismo necessário para tratar do “algebrismo” das funções e da formalidade para compreensão dos infinitos elementos do conjunto imagem destas funções, mesmo sabendo que as mesmas são limitadas (no caso da função seno e da função cosseno).

Esse processo de múltiplas transições entre os três mundos ocorre porque são utilizados e relacionados, além dos conceitos da Trigonometria, os conceitos de Função, Círculo Trigonométrico e grandezas físicas, além de todos aqueles conceitos subjacentes que são necessários para o desenvolvimento da atividade.

É possível que o ENCCEJA aborde todos esses conceitos, mas de maneira separada, sem relacioná-los. Isso diminui o grau de dificuldade desta avaliação diante do ENEM no que tange ao tópico de Trigonometria. Além disso, esse é um estudo de caráter preliminar, que ficou restrito às avaliações aplicadas em 2021.

5 – CONCLUSÕES

Quando se fala em Educação de Jovens e Adultos, há de se pensar no público alvo desse segmento. São mulheres e homens que, de alguma forma, foram excluídos do processo de escolarização regular e, conseqüentemente, de se sentirem parte de uma sociedade que condiciona essa escolarização ao ingresso no mercado de trabalho.

Essas pessoas retornam aos bancos escolares na busca de resgatarem a cidadania que lhes foi negada. Esse resgate perpassa pela busca do aumento do grau de escolaridade com o objetivo de conquistarem melhores trabalhos e viverem com mais dignidade.

Com isso, ao se falar em aumento de escolaridade, é importante olhar para os jovens e adultos que almejam o tão sonhado acesso às universidades. Isso vai ao encontro das políticas públicas que contribuem para o acesso mais democrático às instituições de ensino superior, que se caracterizam cada vez mais pela diversidade e pela pluralidade.

Contudo, para que jovens e adultos sejam inseridos no contexto do ensino superior, e aqui eu me atendo aos cursos na área das ciências exatas, é importante analisarmos as habilidades matemáticas com que essas pessoas são admitidas nesses cursos, a fim de não se resgatar os traumas e ansiedades já vivenciados por esse público e que contribuem com o fracasso escolar e a conseqüente evasão.

Nesse contexto, este estudo preliminar teve o objetivo de traçar um comparativo entre as habilidades e competências avaliadas no ENCCEJA e no ENEM. Levando em conta o grande volume de conteúdos da área da Matemática e suas tecnologias, a investigação ficou restrita à Trigonometria.

Ademais, considerando o caráter preliminar da pesquisa, a análise foi realizada no ENEM e no ENCCEJA aplicados no ano de 2021. O primeiro por ser a avaliação de larga escala majoritariamente utilizada para o acesso às universidades e o segundo por possibilitar que jovens e adultos conquistem o certificado de conclusão do Ensino Médio.

A análise permitiu evidenciar que ambos os exames buscam avaliar habilidades e competências na Trigonometria com questões que inserem o participante em um contexto criado para dar significado ao objeto matemático em lide. Tanto o ENEM quanto o ENCCEJA trazem tarefas que fazem com que o participante tenha que corporificar o triângulo retângulo e, a partir de um ângulo agudo e a medida do comprimento de um dos lados do triângulo

dados no enunciado, utilizem a “fórmula” da razão trigonométrica a fim de operacionalizar os dados e calcular a medida da hipotenusa, transitando no sentido do Mundo Corporificado para o Mundo Simbólico (Figuras 4-a e 5).

Contudo, o ENEM traz outra tarefa com um grau de complexidade maior (Figura 4- b), onde o participante já deve ter encapsulado a habilidade de corporificar o triângulo retângulo e operacionalizar as razões trigonométricas para ir além. Nessa questão, o enunciado relaciona a Trigonometria com outros objetos matemáticos, como as funções (trigonométricas) e todos os conceitos subjacentes a ela, e também com temas ligados à disciplina de Física, como o sistema massa-mola. Dessa forma, o participante deve ter a habilidade de realizar múltiplas transições entre os Três Mundos da Matemática,

nos diversos sentidos, combinando-os dois a dois ou fazendo uma combinação dos três mundos, a fim de chegar ao resultado pedido pela atividade.

Nessa perspectiva, foi possível perceber que, dentre as avaliações de larga escala aplicadas aos alunos jovens e adultos concluintes do Ensino Médio e que buscaram o acesso ao Ensino Superior no ano 2021, o ENEM exigiu habilidades mais complexas, se comparado ao ENCCEJA, no objeto matemático em lide.

Esse estudo não objetiva propor políticas públicas para as avaliações de larga escala no Brasil. Contudo, espera-se que a análise realizada possa criar uma reflexão no leitor a respeito do desejo de uma universidade cada vez mais inclusiva e plural, onde se possa dar representatividade aos jovens e adultos que buscam resgatar suas cidadanias. E isso perpassa pelo ingresso nas instituições públicas de ensino superior e, sobretudo pela permanência e conclusão dos cursos superiores.

6 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, W.G.B.; GALVÃO, M.E.L. **Um percurso pelos Três Mundos da Matemática a partir de questões de Trigonometria**. In: XIV Encontro Paulista de Educação Matemática, 2020, São Paulo. Anais. São Paulo, SBEM-SP, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. **Avaliações e Exames Educacionais**. Disponível em: < <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais> > Acesso em: 25 abr. 2023.

DIAS, F. V.; CARMO, H. C.; OLIVEIRA, H. S.; SILVA, J. A.; CRUZ, N. C.; GONZAGA, Y. M. **Sujeitos de mudanças e mudanças de sujeitos: as especificidades do público da Educação de Jovens e Adultos**. In: SORARES, L. Educação de Jovens e Adultos: o que revelam as pesquisas. Coleção Estudos em EJA. Autêntica Editora, 49-82, 2011.

HORBACK, K.; SCHEUER, T.; BASSO, R. **Jovens oriundos da EJA e suas trajetórias no ensino superior**. In: 8º Seminário brasileiro de estudos culturais e educação/5º Seminário internacional de estudos culturais e educação, 2019, Canoas. Anais. Canoas, PPGEDU, 2019.

MALESCHA, G. C.; CALMON, V. E. S.; CRUZ, I. R.; REIS, A. G.; ABRANTES, W.G.B. **Questões de Trigonometria no ENEM 2021: uma análise sob a luz dos Três Mundos da Matemática**. In: VIII Congresso Nacional de Educação, 2022, Campina Grande. Anais. Campina Grande, Editora Realize, 2022.

MONTES, M. **El conocimiento del profesor en relación con las dificultades para la comprensión del concepto de infinito**. Dissertação (Mestrado em Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas). Universidad de Huelva, 2011.

TALL, D. **How humans learn to think mathematically: exploring the three worlds of mathematics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

TALL, D. **Thinking Through Three Worlds of Mathematics**. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 4, 281-288, 2004.

WATSON, A.; SPYROU P.; TALL, D. **The Relationship between physical embodiment and mathematical symbolism: the concept of vector**. The mediterranean Journal of Mathematical Education, 73-97, 2003.

